

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
Факультет общей и прикладной физики  
Кафедра фундаментальных и прикладных проблем физики микромира  
Объединенный институт ядерных исследований  
Учебно-научный центр

Пивоваров А.А.

# Эксклюзивные адронные процессы в подходе коллинеарной КХД-факторизации

Магистерская диссертация

*Научный руководитель*

*д.ф.-м.н. ТЕРЯЕВ О.В.*

*Рецензент*

*к.ф.-м.н. ОГАНЕСЯН А.Г.*

Дубна    июнь 2013

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>3</b>
0.1 Партоны и коллинеарная факторизация . . . . .	3
0.2 Бозон Хиггса . . . . .	5
0.3 Цель работы . . . . .	8
<b>1 Эксклюзивное адронное взаимодействие с образованием лептонной пары</b>	<b>10</b>
1.1 Исходные положения . . . . .	10
1.2 Матричный элемент перехода . . . . .	11
1.3 Адронный матричный элемент . . . . .	12
1.4 Матричный элемент перехода в импульсном представлении . . . . .	15
1.5 Итоговая амплитуда вероятности перехода . . . . .	16
<b>2 Эксклюзивное адронное взаимодействие с образованием бозона Хиггса</b>	<b>18</b>
2.1 Жесткий подпроцесс . . . . .	18
2.2 Проектирование на адроны . . . . .	22
2.3 Приближение безмассового бозона Хиггса . . . . .	24
<b>Заключение</b>	<b>26</b>

# Введение

## 0.1 Партоны и коллинеарная факторизация

Как известно, адронами называются частицы, участвующие в сильных взаимодействиях и наблюдаемые в свободном состоянии.

Также хорошо известно, что адроны состоят из фиксированного числа валентных кварков. Кроме того, в состав адронов входят морские кварк-антикварковые пары, возникающие при больших энергиях.

Квантами сильного взаимодействия являются глюоны, которые, следовательно, тоже входят в состав адрона. Все частицы, входящие в адрон, носят название партонов (от англ. “part” — часть).

Отличительной особенностью сильного взаимодействия является то, что с ростом расстояния между партонами, т.е. с уменьшением переданной энергии, оно усиливается, а с уменьшением расстояния, т.е. с ростом переданной энергии, оно ослабевает. Эти явления носят название конфайнмента и асимптотической свободы соответственно.

На данный момент теории конфайнмента не существует, но особенности сильного взаимодействия позволяют во многих случаях вычислять конкретные процессы без глубокого понимания природы этих явлений. Например, при больших энергиях, т.е. больших скоростях движения, когда взаимодействие между партонами внутри адрона достаточно мало, можно применять хорошо изученный и до-

казанный метод коллинеарной факторизации. Он рассмотрен во многих работах, например [3], [4].

Этот метод заключается в том, что мы пренебрегаем взаимодействием между частицами, входящими в адрон и в процессах столкновений рассматриваем рассеяние на отдельных независимых партонах. При этом мы считаем, что каждый из них несет какую-то долю от импульса всего адрона. И в силу больших значений этого импульса мы пренебрегаем поперечными составляющими импульсов партонов. Но поскольку такое взаимодействие может происходить на разных частицах, при вычислении необходимо провести интегрирование с функциями распределения партонов в адроне.

Таким образом, в методе коллинеарной факторизации процесс адронного взаимодействия распадается на два независимых подпроцесса: жесткое, пертурбативное взаимодействие на отдельных партонах, описываемое теорией возмущений и мягкий непертурбативный процесс адронизации, описываемый партонными функциями распределения, получить которые из первых принципов пока не представляется возможным. Их явный вид берется из экспериментальных данных.

Примером процесса, изученного с помощью метода коллинеарной факторизации является взаимодействие, изображенное на рис. 1.

Здесь в начальном состоянии находятся протон и лептон, а в конечном — протон, лептон и мезон. Подобный процесс рассмотрен, к примеру, в обзоре [5].

Также хорошо метод коллинеарной факторизации проявляет себя в процессах адрон-адронных столкновений. Такие взаимодействия могут идти как посредством кварков, так и посредством глюонов. Два таких процесса и рассмотрены в настоящей работе. Первый из них более ярко иллюстрирует применение метода коллинеарной факторизации. Второй же связан с образованием бозона Хиггса.

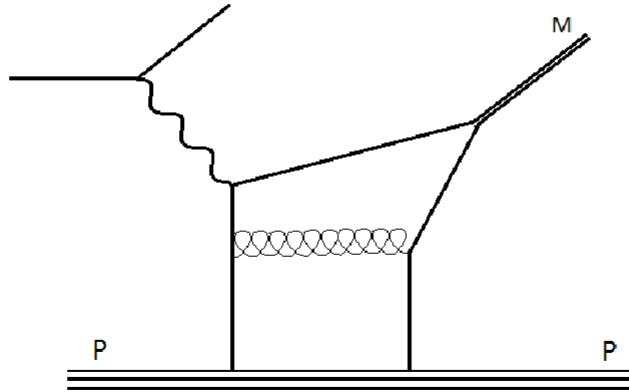


Рис. 1: Рассеяние лептона на протоне с образованием мезона.

Остановимся на его актуальности поподробнее.

## 0.2 Бозон Хиггса

Хорошо известно, какую роль играет бозон Хиггса в фундаментальной физике. Бозоном Хиггса называется частица с нулевым спином, ответственная за генерацию масс частиц.

В Стандартной Модели, базирующейся на группе симметрии

$$U(1) \times SU(2)_L \times SU(3),$$

простое введение массовых слагаемых, как это делается в электродинамике, невозможно, т.к. при этом нарушится инвариантность лагранжиана. Поэтому, дополнительно вводится хиггсовский скалярный комплексный дублет, взаимодействующий с разными частицами. Производится унитарная калибровка, в результате которой три из четырех степеней свободы хиггсовского дублета расходуются на продольную поляризацию трех бозонных полей. Затем, в полученном действительном скалярном поле выделяется состояние устойчивого равновесия, именуе-

мое хиггсовским конденсатом. Квант отклонения хиггсовского поля от положения устойчивого равновесия и называется бозоном Хиггса.

В результате всего этого в лагранжиане возникают слагаемые, отвечающие взаимодействию различных полей с хиггсовским конденсатом. Результатом этого взаимодействия и является масса. Таким образом, существование бозона Хиггса объясняет природу масс элементарных частиц.

Существуют также всякого рода расширения Стандартной Модели, содержащие несколько бозонов Хиггса с разными массами, зарядами и т.д.

Именно поэтому исследование процессов рождения бозона Хиггса имеет огромное значение в современной фундаментальной физике.

Бозон Хиггса может рождаться в инклюзивных и эксклюзивных процессах.

Инклюзивным называется процесс, в котором начальные состояния определены, а конечные — нет. Эксклюзивным называется процесс, в котором определены и начальные и конечные состояния. Т.о. эксклюзивными являются процессы, о которых говорилось выше.

Чаще всего рассматривается инклюзивное рождение бозона Хиггса:

$$p + p \longrightarrow H + X,$$

где  $X$  — вся совокупность конечных состояний.

Такое рождение сопровождается очень большим фоном. Пример такого процесса приведен на рис. 2.

Здесь рождение происходит посредством кваркового треугольника, т.к. непосредственно с глюонами бозон Хиггса не взаимодействует в силу безмассовости глюонов. Такой процесс является инклюзивным, поскольку глюоны уносят с собой определенный цвет, и в силу требования бесцветности адрона он сохраниться уже не может и распадается на множество других частиц.

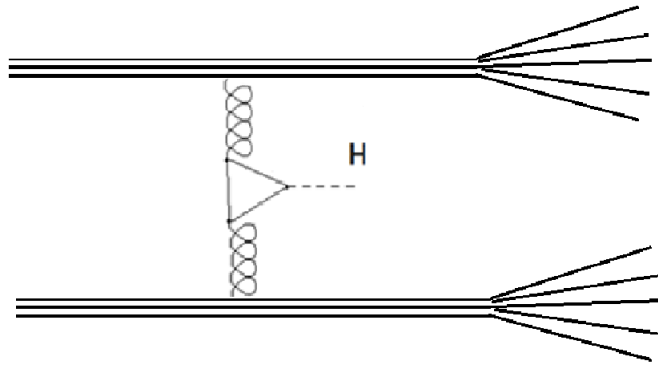


Рис. 2: Инклюзивное рождение бозона Хиггса.

Эксклюзивное рождение бозона Хиггса — гораздо более редкий, но при этом “чистый” процесс. Примером такого рождения может служить диаграмма, приведенная на рис. 3.

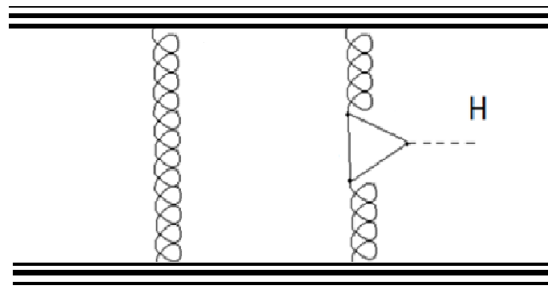


Рис. 3: Эксклюзивное рождение бозона Хиггса с невозможностью процедуры коллинеарной факторизации.

Этот процесс, как видно, получается из предыдущего путем добавления обмена дополнительным глюоном. Этот обмен может скомпенсировать уносимый первым глюоном цветовой заряд и таким образом обеспечить сохранение бесцветных адронов.

Однако, такой процесс имеет ряд недостатков. Прежде всего, здесь невозможна процедура коллинеарной факторизации. Это связано с тем, что в этом

случае нам пришлось бы считать дополнительный глюон коллинеарным обоим адронам. Но тогда импульсы сталкивающихся адронов стали бы коллинеарны друг другу, что не возможно в четырехмерном пространстве-времени. Такая невозможность связана с его псевдоевклидовостью.

Кроме того, обмен таким дополнительным глюоном является мягким процессом. И, как следствие, мы получаем влияние непертурбативных эффектов на жесткий процесс.

В работе [2] развита процедура неколлинеарной факторизации и с ее помощью рассматривается данный процесс. Однако, такая процедура доказана гораздо менее строго.

### 0.3 Цель работы

Целью данной работы является рассмотрение двух эксклюзивных процессов адрон-адронных столкновений в приближении безмассовых адронов с помощью метода коллинеарной факторизации.

Первый из них происходит посредством кварков с образованием лептонной пары:

$$p + p \longrightarrow p + p + l + l.$$

Пример такого процесса изображен на рис. 4.

Второй же связан с образованием бозона Хиггса.

Как уже было указано, для процесса, изображенного на рис. 3, коллинеарная факторизация невозможна. Для того, чтобы решить эту проблему, добавим еще один дополнительный глюон, как показано на рис. 5.

Дополнительный глюон разделяет предыдущий глюон на два, каждый из которых уже может быть коллинеарен своему адрону. Кроме того, в полученном



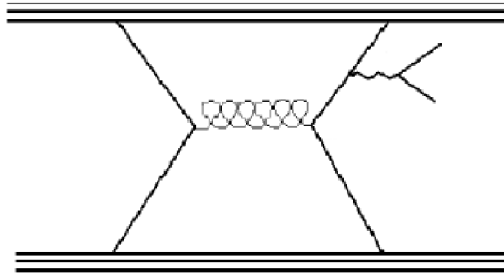


Рис. 4: Эксклюзивное столкновение адронов с образованием лептонной пары.

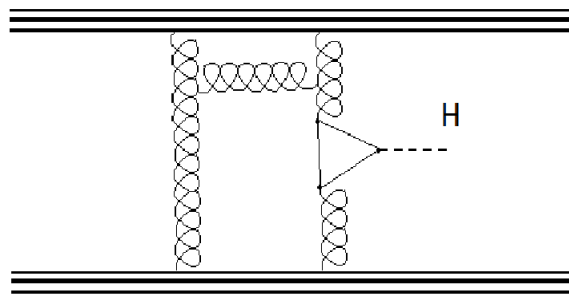


Рис. 5: Эксклюзивное рождение бозона Хиггса с возможностью процедуры коллинеарной факторизации.

процессе становится возможным четкое разделение пертурбативной и непертурбативной частей. Получение амплитуды вероятности для такого процесса с некоторыми приближениями также является целью данной работы.

# Глава 1

## Эксклюзивное адронное взаимодействие с образованием лептонной пары

### 1.1 Исходные положения

Фермионный лагранжиан, содержащий вершины, необходимые для данного процесса имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i\bar{\psi}_{(q)}\gamma^\mu \left( \partial_\mu\psi_{(q)} - ig_{(em)}A_\mu\psi_{(q)} - ig_{(s)}t^a G_\mu^a\psi_{(q)} \right) + \\ & + i\bar{\psi}_{(e)}\gamma^\mu \left( \partial_\mu\psi_{(e)} - ieA_\mu\psi_{(e)} \right), \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $\psi_{(q)}$  — поле кварка;  $\psi_{(e)}$  — поле лептона;  $A$  — поле фотона;  $G$  — поле глюона;  $g_{(s)}$  — константа сильного взаимодействия;  $g_{(em)}$  — константа электромагнитного взаимодействия кварков;  $e$  — константа электромагнитного взаимодействия лептонов;  $t^a$  — цветовые матрицы,  $a = 1, \dots, 8$ .

Начальное состояние содержит два сталкивающихся адрона, конечное состояние содержит два образовавшихся адрона и лептон-антилептонную пару:

$$\begin{aligned} |in\rangle &= |p', p''\rangle, \\ |f\rangle &= \hat{a}_{\vec{p}_1}^+ \hat{b}_{\vec{p}_2}^+ |\tilde{p}', \tilde{p}''\rangle, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $p', p''$  — импульсы начальных а  $\tilde{p}', \tilde{p}''$  — конечных адронов;  $p_1, p_2$  — импульсы лептонов.

## 1.2 Матричный элемент перехода

Амплитуда вероятности перехода из начального в конечное состояние:

$$\langle f | \hat{T} e^{i \int \hat{\mathcal{L}}_{int}(x) d^4x} | in \rangle, \quad (1.3)$$

где  $\hat{T}$  — оператор хронологического упорядочения;  $\hat{\mathcal{L}}_{int}$  — оператор лагранжиана взаимодействия, равный в нашем случае

$$g_{(em)} \hat{\psi}_{(q)} \gamma^\mu \hat{A}_\mu \hat{\psi}_{(q)} + g_{(s)} t^a \hat{\psi}_{(q)} \gamma^\mu \hat{G}_\mu^a \hat{\psi}_{(q)} + e \hat{\psi}_{(e)} \gamma^\mu \hat{A}_\mu \hat{\psi}_{(e)}$$

Нас интересует процесс в четвертом порядке по теории возмущений. Раскрыв хронологическое произведение по теореме Вика и удерживая члены, соответствующие только интересующему нас процессу, получаем амплитуду вероятности перехода, состоящую из двух слагаемых:

$$\begin{aligned} S_{fi} = & -i \frac{g_{(em)} g_{(s)}^2 e}{2V \sqrt{p_1^0 p_2^0}} \cdot \bar{u}_{\tilde{p}_1} \gamma^\delta v_{\tilde{p}_2} \cdot \gamma_{ik}^\mu \gamma_{lm}^\nu \gamma_{np}^\lambda \cdot t^a t^a. \\ & \cdot \int G_{kl}(x_1 - x_2) D_{\nu\lambda}^{(g)}(x_2 - x_3) D_{\mu\delta}^{(\gamma)}(x_1 - x_4) \cdot e^{ip_1 x_4} e^{ip_2 x_4}. \\ & \cdot \langle \tilde{p}'' \tilde{p}' | : \hat{\psi}_i(x_1) \hat{\psi}_m(x_2) \hat{\psi}_n(x_3) \hat{\psi}_p(x_3) : | p' p'' \rangle d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x_4 + \\ & + i \frac{g_{(em)} g_{(s)}^2 e}{2V \sqrt{p_1^0 p_2^0}} \cdot \bar{u}_{\tilde{p}_1} \gamma^\delta v_{\tilde{p}_2} \cdot \gamma_{ik}^\mu \gamma_{lm}^\nu \gamma_{np}^\lambda \cdot t^a t^a. \\ & \cdot \int G_{mi}(x_2 - x_1) D_{\nu\lambda}^{(g)}(x_2 - x_3) D_{\mu\delta}^{(\gamma)}(x_1 - x_4) \cdot e^{ip_1 x_4} e^{ip_2 x_4}. \\ & \cdot \langle \tilde{p}'' \tilde{p}' | : \hat{\psi}_k(x_1) \hat{\psi}_l(x_2) \hat{\psi}_n(x_3) \hat{\psi}_p(x_3) : | p' p'' \rangle d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x_4, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где  $\hat{\psi}$  — спинорный оператор кварков;  $\bar{u}_{\vec{p}_1}, v_{\vec{p}_2}$  — поляризационные векторы лептонов;  $G$  — кварковый пропагатор;  $D^{(g)}$  и  $D^{(\gamma)}$  — глюонный и фотонный пропагаторы соответственно;  $i, k, l, m, n, p = 1, \dots, 4$  — спинорные индексы;  $V$  — нормировочный объем.

### 1.3 Адронный матричный элемент

Для того, чтобы разбить адронный матричный элемент на два, каждый из которых будет связан со своим адроном, используем следующий прием. С помощью кроссинг-симметрии перебросим начальную частицу в конечное состояние, а конечную — в начальное. При этом кинематические величины, соответствующие этим частицам перейдут в другие области значений:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{p}'' \tilde{p}' | : \hat{\psi}_i(x_1) \hat{\psi}_m(x_2) \hat{\psi}_n(x_3) \hat{\psi}_p(x_3) : | p' p'' \rangle &= \\ = \langle \tilde{p}'', -p'' | : \hat{\psi}_i(x_1) \hat{\psi}_m(x_2) \hat{\psi}_n(x_3) \hat{\psi}_p(x_3) : | p', -\tilde{p}' \rangle. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Затем, поменяв местами некоторые спинорные операторы, вставим единичный оператор, который из требования полноты состояния равен сумме по всем адронным состояниям:

$$- \sum_{|\tilde{p}\rangle} \langle \tilde{p}'', -p'' | : \hat{\psi}_m(x_2) \hat{\psi}_n(x_3) : |\tilde{p}\rangle \langle \tilde{p}| : \hat{\psi}_p(x_3) \hat{\psi}_i(x_1) : | p', -\tilde{p}' \rangle, \quad (1.6)$$

где минус возник из антикоммутируемости спинорных операторов.

После этого используем требование жесткости кваркового подпроцесса и удержим только вакуумное состояние, считая, что адронных состояний в области взаимодействия нет, т.е. не учитывая возможности обмена мягкими глюонами:

$$-\langle \tilde{p}'', -p'' | : \hat{\psi}_m(x_2) \hat{\psi}_n(x_3) : | 0 \rangle \langle 0 | : \hat{\psi}_p(x_3) \hat{\psi}_i(x_1) : | p', -\tilde{p}' \rangle. \quad (1.7)$$

И, наконец, вернем частицы в свои прежние состояния а их кинематические величины — в свои прежние области значений:

$$-\langle \tilde{p}'' | : \hat{\psi}_m(x_2) \hat{\psi}_n(x_3) : | p'' \rangle \langle \tilde{p}' | : \hat{\psi}_p(x_3) \hat{\psi}_i(x_1) : | p' \rangle. \quad (1.8)$$

Это не является строгим доказательством, но может использоваться в качестве объяснения возможности факторизации адронных матричных элементов.

Аналогичные рассуждения дают:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{p}'' \tilde{p}' | : \hat{\psi}_k(x_1) \hat{\psi}_l(x_2) \hat{\psi}_n(x_3) \hat{\psi}_p(x_3) : | p' p'' \rangle &= \\ = \langle \tilde{p}'' | : \hat{\psi}_k(x_1) \hat{\psi}_n(x_3) : | p'' \rangle \langle \tilde{p}' | : \hat{\psi}_p(x_3) \hat{\psi}_l(x_2) : | p' \rangle. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Осуществим в полученных адронных матричных элементах координатный сдвиг:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{p}' | : \hat{\psi}_p(x_3) \hat{\psi}_i(x_1) : | p' \rangle &= \\ = \langle \tilde{p}' | : \hat{\psi}_p \left( \frac{x_3 - x_1}{2} \right) \hat{\psi}_i \left( -\frac{x_3 - x_1}{2} \right) : | p' \rangle \cdot e^{-\frac{i}{2}(p' - \tilde{p}')(x_3 + x_1)}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

В остальных — аналогично.

Проведем в интеграле, стоящем в амплитуде вероятности, замену переменных:

$$x_1 = x_1; \quad z_1 = x_2 - x_3; \quad z_2 = x_3 - x_1; \quad x_4 = x_4.$$

Якобиан такого преобразования равен 1.

Разложим произведение спиноров в адронном матричном элементе по спинорному и цветовому базису:

$$\langle \tilde{p}' | : \hat{\psi}_p \left( \frac{z_2}{2} \right) \hat{\psi}_i \left( -\frac{z_2}{2} \right) : | p' \rangle = -\frac{1}{4} \frac{1}{3} \langle \tilde{p}' | : \hat{\psi} \left( -\frac{z_2}{2} \right) \gamma_\delta \hat{\psi} \left( \frac{z_2}{2} \right) : | p' \rangle \gamma_{pi}^\delta + \dots \quad (1.11)$$

Остальными членами разложения при больших энергиях можно пренебречь.

Разложим свертку спинорных операторов, стоящую в обкладках адронных состояний в ряд Тейлора по переменной  $z_2$ . Тогда матричный элемент примет вид:

$$-\frac{1}{12} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} \langle \tilde{p}' | : \partial_{\mu_1} \partial_{\mu_2} \dots \partial_{\mu_N} \left[ \hat{\psi} \left( -\frac{z_2}{2} \right) \gamma_\delta \hat{\psi} \left( \frac{z_2}{2} \right) \right] : | p' \rangle \cdot z_2^{\mu_1} z_2^{\mu_2} \dots z_2^{\mu_N} \cdot \gamma_{pi}^\delta. \quad (1.12)$$

Лоренцевские индексы, находящиеся в данном матричном элементе, могут принадлежать импульсам адронов либо метрическим тензорам. Тогда матричный элемент можно представить в виде суммы:

$$\frac{1}{12} \frac{1}{2V \sqrt{p'^0 \tilde{p}'^0}} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{1}{N!} (-i)^N \cdot a_N \cdot \bar{P}'_{\mu_1} \bar{P}'_{\mu_2} \dots \bar{P}'_{\mu_N} \cdot \bar{P}'_\delta \cdot z_2^{\mu_1} z_2^{\mu_2} \dots z_2^{\mu_N} \cdot \gamma_{pi}^\delta + \dots, \quad (1.13)$$

где  $\bar{P}'$  — импульс средний по начальному и конечному состоянию, определяемый следующим образом:

$$p' = (1 + \xi_1) \bar{P}', \quad \tilde{p}' = (1 - \xi_1) \bar{P}', \quad (1.14)$$

где  $\xi_1, \xi_2 \in [0, 1]$ .

Остальные слагаемые содержат метрические тензоры и (для соблюдения размерности) величины масс адронов, которые малы по сравнению с импульсами. Поэтому мы можем пренебречь всеми слагаемыми, кроме первого. Мнимые единицы внесены в силу антиэрмитовости оператора дифференцирования.  $a_N$  — коэффициент, зависящий от внутренней структуры адрона. Он равен

$$a_N = \int_{-1}^1 H(x) x^N dx, \quad (1.15)$$

где  $H(x)$  — партонная функция распределения кварков в адроне.

Тогда наш адронный матричный элемент принимает вид:

$$\frac{1}{12} \frac{1}{2V \sqrt{p^0 \tilde{p}^0}} \int_{-1}^1 H(x) e^{-i(x\bar{P}', z_2)} dx \cdot (\gamma \bar{P}')_{pi}. \quad (1.16)$$

Остальные адронные матричные элементы имеют такую же структуру и получаются аналогично.

#### 1.4 Матричный элемент перехода в импульсном представлении

Разложим пропагаторы, стоящие в выражении (1.4) в интегралы Фурье:

$$G_{ik}(x) = \int G_{ik}(q) e^{-iqx} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4};$$

$$D_{\nu\lambda}^{(g)}(x) = \int D_{\nu\lambda}^{(g)}(k_1) e^{-ik_1 x} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4};$$

$$D_{\mu\delta}^{(\gamma)}(x) = \int D_{\mu\delta}^{(\gamma)}(k_2) e^{-ik_2 x} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4}.$$

Подставим полученные результаты в амплитуду вероятности перехода (1.4). При этом необходимо учесть, что в выражении (1.16) предполагается наличие  $\delta$ -символа по цветовым индексам кварков, обусловленного бесцветностью адрона. Поэтому в амплитуде вероятности перехода возникает след цветовой матриц:

$$\text{Sp}\{t^a t^a\} = 4.$$

Проведя интегрирование по всем четырехмерным координатам, мы получаем набор  $\delta$ -функций. Затем, проинтегрировав по четырехмерным импульсам, получаем выражение:

$$S_{fi} = \frac{i}{36} \frac{g_{(em)} g_{(s)}^2 e}{(2V)^3 \sqrt{p_1^0 p_2^0 p'^0 \tilde{p}'^0 p''^0 \tilde{p}''^0}} \cdot (2\pi)^4 \cdot \bar{u}_{\tilde{p}_1} \gamma^\delta v_{\tilde{p}_2} \cdot \gamma_{ik}^\mu \gamma_{lm}^\nu \gamma_{np}^\lambda \cdot \int_{-1}^1 H(x) H(y).$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left\{ G_{kl} [(x + \xi_1)\bar{P}' + 2\xi_2\bar{P}''] D_{\nu\lambda}^{(g)} [(x + \xi_1)\bar{P}' - (y - \xi_2)\bar{P}''] \cdot \right. \\
& \quad \cdot D_{\mu\delta}^{(\gamma)}(p_1 + p_2) \cdot (\gamma\bar{P}')_{pi} (\gamma\bar{P}'')_{mn} + \\
& + G_{mi} [(y - \xi_2)\bar{P}'' - 2\xi_1\bar{P}'] D_{\nu\lambda}^{(g)} [(x + \xi_1)\bar{P}' - (y - \xi_2)\bar{P}''] \cdot \\
& \quad \cdot D_{\mu\delta}^{(\gamma)}(p_1 + p_2) \cdot (\gamma\bar{P}')_{pl} (\gamma\bar{P}'')_{kn} \left. \right\} dx dy \cdot \\
& \quad \cdot \delta(p' + p'' - \tilde{p}' - \tilde{p}'' - p_1 - p_2). \tag{1.17}
\end{aligned}$$

Полученной амплитуде вероятности перехода отвечают диаграммы, изображенные на рис. 1.1, где фотон подразумевается вылетающим из разных кварковых и антикварковых линий. Различным областям интегрирования по  $x$  и  $y$  соответствуют различные варианты кварковых и антикварковых состояний.



Рис. 1.1: Диаграммы процесса адронного взаимодействия.

## 1.5 Итоговая амплитуда вероятности перехода

Поскольку адроны мы считаем безмассовыми, кварки также будут безмассовыми. Тогда кварковый, глюонный и фотонный пропагаторы имеют соответственно вид:



$$G_{ik}(q) = \frac{(\gamma q)_{ik}}{q^2 + i\epsilon_q};$$

$$D_{\nu\lambda}^{(g)}(k_1) = \frac{g_{\nu\lambda}}{k_1^2 + i\epsilon_g};$$

$$D_{\mu\delta}^{(\gamma)}(k_2) = \frac{g_{\mu\delta}}{k_2^2 + i\epsilon_\gamma}.$$

В последних двух выражениях использовалась калибровка Фейнмана.

Вычислив образовавшиеся шпуры, получим:

$$\begin{aligned} S_{fi} = & \frac{i}{18} \frac{g_{(em)} g_{(s)}^2 e \cdot (2\pi)^4}{(2V)^3 \sqrt{p_1^0 p_2^0 p'^0 \tilde{p}'^0 p''^0 \tilde{p}''^0}} \cdot \bar{u}_{\vec{p}_1} \gamma_\mu v_{\vec{p}_2} \cdot \\ & \cdot \frac{1}{(p_1 + p_2)^2 + i\epsilon_\gamma} \cdot \left( \frac{\bar{P}'^\mu}{\xi_2} - \frac{\bar{P}''^\mu}{\xi_1} \right) \cdot \frac{1}{(\bar{P}', \bar{P}'')} \cdot \\ & \cdot \int_{-1}^1 \frac{H(x)H(y)}{(x + \xi_1)(y - \xi_2) + i\epsilon} dx dy \cdot \delta(p' + p'' - \tilde{p}' - \tilde{p}'' - p_1 - p_2), \end{aligned} \quad (1.18)$$

Множитель в круглых скобках обеспечивает поперечность процесса.

Полус, приходящий из кваркового пропагатора, сокращается с числителем, возникшем после вычисления шпура. В этой связи мнимая добавка  $i\epsilon_q$  становится не нужна и мы можем положить ее равной нулю.

Как мы видим, в интеграле возникают полюсы в точках  $x = -\xi_1$  и  $y = \xi_2$ . Они проистекают из знаменателя глюонного пропагатора и регуляризуются мнимой добавкой

$$i\epsilon = \frac{i\epsilon_g}{(\bar{P}', \bar{P}'')} \quad (1.19)$$

## Глава 2

# Эксклюзивное адронное взаимодействие с образованием бозона Хиггса

### 2.1 Жесткий подпроцесс

Лагранжиан, содержащий вершины, необходимые для данного процесса имеет вид:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu\psi - ig_{(s)}t^a G_\mu^a\psi) - \frac{m}{v}\bar{\psi}\psi H, \quad (2.1)$$
$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_{(s)}f_{abc}G_\mu^b G_\nu^c,$$

где  $f_{abc}$  — структурные константы группы  $SU(3)$ ;  $m$  — масса кварка;  $v$  — вакуумный сдвиг;  $H$  — поле бозона Хиггса.

Для того, чтобы посчитать этот процесс, вначале рассмотрим только жесткое взаимодействие. Интересующие нас процессы находятся в четвертом и пятом порядке по теории возмущений и в четвертом порядке по константе сильного взаимодействия  $g_{(s)}$ . Диаграммы, отвечающие этим процессам, изображены на рис. 2.1.

Здесь бозон Хиггса может излучаться из любой глюонной линии. Предполагается, что к одному адрону будут примыкать две верхние глюонные линии, а

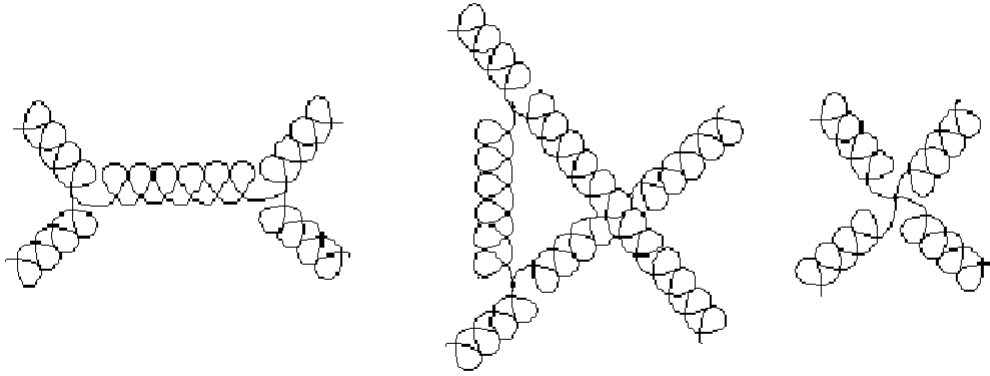


Рис. 2.1: Жесткое взаимодействие глюонов.

к другому — две нижние.

В процесс не вносят вклад диаграммы вида, изображенного на рис. 2.2.

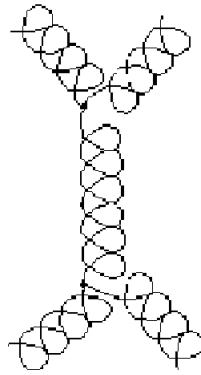


Рис. 2.2: Диаграмма, дающая нулевой вклад.

Это связано с тем, что при проектировании на адроны возникнут свертки по цветовым индексам структурных констант, которые занулят все соответствующие слагаемые в амплитуде вероятности перехода.

Таким образом, нам необходимо учесть четырнадцать диаграм, составляющих исходный процесс.

По правилам Фейнмана амплитуда вероятности такого процесса примет вид:

$$\begin{aligned}
S_{fi} = & -\frac{(2\pi)^4 g_{(s)}^2}{(2V)^{\frac{5}{2}} \sqrt{p_1^0 p_2^0 p_3^0 p_4^0 p^0}} \cdot u_{\vec{p}_1 \mu}^a u_{\vec{p}_2 \nu}^b u_{\vec{p}_3 \xi}^{*d} u_{\vec{p}_4 \gamma}^{*h} \cdot \\
& \cdot \left[ f_{dhc} f_{cba} \cdot D_{\sigma\zeta}(p_1 + p_2 - p_3) D_{\delta\lambda}(p_1 + p_2) \cdot \right. \\
& \cdot V^{\xi\zeta\delta}(-p_3, -p_1 - p_2 + p_3, p_1 + p_2) V^{\lambda\nu\mu}(p_1 - p_2, p_2, p_1) \cdot I_1^{\gamma\sigma} + \\
& + f_{hca} f_{cdb} \cdot D_{\sigma\zeta}(p_1 + p_2 - p_3) D_{\delta\lambda}(p_2 - p_3) \cdot \\
& \cdot V^{\zeta\delta\mu}(-p_1 - p_2 + p_3, p_2 - p_3, p_1) V^{\lambda\xi\nu}(-p_2 + p_3, -p_3, p_2) \cdot I_1^{\gamma\sigma} + \\
& + D_{\sigma\zeta}(p_1 + p_2 - p_3) \cdot V_{dhba}^{\xi\zeta\nu\mu} \cdot I_1^{\gamma\sigma} + \\
& + f_{dhc} f_{cba} \cdot D_{\sigma\zeta}(p_1 + p_2 - p_4) D_{\delta\lambda}(p_1 + p_2) \cdot \\
& \cdot V^{\zeta\gamma\delta}(-p_1 - p_2 + p_4, -p_4, p_1 + p_2) V^{\lambda\nu\mu}(-p_1 - p_2, p_2, p_1) \cdot I_2^{\xi\sigma} + \\
& + f_{cdb} f_{hca} \cdot D_{\sigma\zeta}(p_1 + p_2 - p_4) D_{\lambda\delta}(p_4 - p_1) \cdot \\
& \cdot V^{\lambda\zeta\nu}(-p_4 + p_1, -p_1 - p_2 + p_4, p_2) V^{\gamma\delta\mu}(-p_4, p_4 - p_1, p_1) \cdot I_2^{\xi\sigma} + \\
& + D_{\sigma\zeta}(p_1 + p_2 - p_4) V_{dhba}^{\zeta\gamma\nu\mu} \cdot I_2^{\xi\sigma} + \\
& + f_{dhc} f_{cba} \cdot D_{\lambda\delta}(p_3 + p_4) D_{\zeta\sigma}(p_3 + p_4 - p_1) \cdot \\
& \cdot V^{\xi\gamma\delta}(-p_3, -p_4, p_3 + p_4) V^{\lambda\zeta\mu}(-p_3 - p_4, p_3 + p_4 - p_1, p_1) \cdot I_3^{\sigma\nu} + \\
& + f_{hca} f_{cdb} \cdot D_{\delta\lambda}(p_4 - p_1) D_{\zeta\sigma}(p_3 + p_4 - p_1) \cdot \\
& \cdot V^{\gamma\delta\mu}(-p_4, p_4 - p_1, p_1) V^{\lambda\xi\zeta}(p_1 - p_4, -p_3, p_3 + p_4 - p_1) \cdot I_3^{\sigma\nu} + \\
& + D_{\zeta\sigma}(p_3 + p_4 - p_1) \cdot V_{dhba}^{\xi\gamma\zeta\mu} \cdot I_3^{\sigma\nu} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + f_{dhc} f_{cba} \cdot D_{\delta\lambda}(p_3 + p_4) D_{\zeta\sigma}(p_3 + p_4 - p_2) \cdot \\
& \cdot V^{\xi\gamma\delta}(-p_3, -p_4, p_3 + p_4) V^{\lambda\nu\zeta}(-p_3 - p_4, p_2, p_3 + p_4 - p_2) \cdot I_4^{\sigma\mu} + \\
& + f_{hca} f_{cdb} \cdot D_{\zeta\sigma}(p_3 + p_4 - p_2) D_{\delta\lambda}(p_2 - p_3) \cdot \\
& \cdot V^{\gamma\delta\zeta}(-p_4, p_2 - p_3, p_3 + p_4 - p_2) V^{\lambda\xi\nu}(p_3 - p_2, -p_3, p_2) \cdot I_4^{\sigma\mu} + \\
& + D_{\zeta\sigma}(p_3 + p_4 - p_2) \cdot V_{dhba}^{\xi\gamma\nu\zeta} \cdot I_4^{\sigma\mu} + \\
& + f_{dhc} f_{cba} \cdot D_{\zeta\sigma}(p_3 + p_4) D_{\delta\lambda}(p_1 + p_2) \cdot \\
& \cdot V^{\xi\gamma\zeta}(-p_3, -p_4, p_3 + p_4) V^{\lambda\nu\mu}(-p_1 - p_2, p_2, p_1) \cdot I_5^{\sigma\delta} + \\
& + f_{hca} f_{cdb} \cdot D_{\zeta\sigma}(p_4 - p_1) D_{\delta\lambda}(p_2 - p_3) \cdot \\
& \cdot V^{\gamma\zeta\mu}(-p_4, p_4 - p_1, p_1) V^{\lambda\xi\nu}(p_3 - p_2, -p_3, p_2) \cdot I_6^{\sigma\delta} \Big] \cdot \\
& \cdot \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - p), \tag{2.2}
\end{aligned}$$

где  $p_1, p_2$  — импульсы начальных глюонов;  $p_3, p_4$  — импульсы конечных глюонов;  $p$  — импульс бозона Хиггса. Трехглюонная вершина, четырехглюонная вершина и глюонный пропагатор в произвольной аксиальной калибровке соответственно равны:

$$\begin{aligned}
V^{\mu\nu\lambda}(p_1, p_2, p_3) &= (p_3 - p_2)^\mu g^{\nu\lambda} + (p_1 - p_3)^\nu g^{\lambda\mu} + (p_2 - p_1)^\lambda g^{\mu\nu}, \\
V_{abcd}^{\mu\nu\lambda\delta} &= (g^{\mu\nu} g^{\lambda\delta} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\delta}) f_{adu} f_{bcu} + (g^{\mu\nu} g^{\lambda\delta} - g^{\mu\delta} g^{\nu\lambda}) f_{acu} f_{bdu} + \\
& + (g^{\mu\lambda} g^{\nu\delta} - g^{\mu\delta} g^{\nu\lambda}) f_{abu} f_{cdu}, \\
D_{\mu\nu}(k) &= \frac{1}{k^2} \left[ g_{\mu\nu} + (n^2 + \alpha k^2) \frac{k_\mu k_\nu}{(k, n)^2} - \frac{k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu}{(k, n)} \right],
\end{aligned}$$

где  $\alpha$  — калибровочный параметр;  $n$  — вектор размерности массы, зависящий от калибровки.

Кварковому треугольнику, отвечающему за рождение бозона Хиггса, соответствуют множители  $I_i^{\mu\nu}$ ,  $i = 1, \dots, 6$ . Выражения для них получены в работе [1]:

$$I^{\mu\nu} = i \frac{g_{(s)}^2}{8\pi^2 v} \cdot \left\{ [(k_1, k_2)g^{\mu\nu} - k_1^\mu k_2^\nu] G_1 + \right. \\ \left. + \left[ k_1^\nu k_2^\mu - \frac{k_2^2}{(k_1, k_2)} k_1^\mu k_1^\nu - \frac{k_1^2}{(k_1, k_2)} k_2^\mu k_2^\nu + \frac{k_1^2 k_2^2}{(k_1, k_2)^2} k_1^\mu k_2^\nu \right] G_2 \right\}, \quad (2.3)$$

$$G_1 = \frac{2}{3} \left[ 1 + \frac{7}{30}\chi + \frac{2}{21}\chi^2 + \frac{11}{30}(\xi + \eta) + O(\chi^3, \xi^2, \eta^2, \chi\xi, \chi\eta, \xi\eta) \right], \quad (2.4)$$

$$G_2 = -\frac{1}{45}(\chi - \xi - \eta) - \frac{4}{315}\chi^2 + O(\chi^3, \xi^2, \eta^2, \chi\xi, \chi\eta, \xi\eta), \quad (2.5)$$

где  $k_1, k_2$  — импульсы примыкающих к треугольнику глюонов, причем импульс  $k_1$  здесь соответствует глюону, несущему индекс  $\nu$ , а  $k_2$  соответствует глюону, несущему индекс  $\mu$ ;

$$\chi = \frac{M_H^2}{4m^2}, \quad \xi = \frac{k_1^2}{4m^2}, \quad \eta = \frac{k_2^2}{4m^2},$$

где  $M_H$  — масса бозона Хиггса;  $m$  — масса кварка, образующего треугольник.

## 2.2 Проектирование на адроны

Для того, чтобы посчитать искомый процесс, необходимо спроектировать полученную амплитуду вероятности (2.2) на адроны и проинтегрировать с партонными функциями распределения. Для этого заменим импульсы внешних глюонов на доли импульсов исходных адронов:

$$p_1 \rightarrow x_1 p', \quad p_2 \rightarrow y_1 p'';$$

$$p_3 \rightarrow x_2 p' = (x_1 - \xi_1) p', \quad p_4 \rightarrow y_2 p'' = (y_1 - \xi_2) p'', \quad (2.6)$$

где  $\xi_1, \xi_2 \in [0, 1]$ .

Кроме того, поскольку начальные и конечные глюоны уже не рассматриваются в качестве свободных, заменим их поляризационные векторы соответствующими проекторами на адроны:

$$\begin{aligned} u_{\vec{p}_1 \mu}^a u_{\vec{p}_3 \xi}^{*d} &\rightarrow \frac{\delta_{ad}}{8} \left[ g_{\mu\xi} + (n^2 + \alpha p'^2) \frac{p'_\mu p'_\xi}{(p', n)^2} - \frac{p'_\mu n_\xi + p'_\xi n_\mu}{(p', n)} \right]; \\ u_{\vec{p}_2 \nu}^b u_{\vec{p}_4 \gamma}^{*h} &\rightarrow \frac{\delta_{bh}}{8} \left[ g_{\nu\gamma} + (n^2 + \alpha p''^2) \frac{p''_\nu p''_\gamma}{(p'', n)^2} - \frac{p''_\nu n_\gamma + p''_\gamma n_\nu}{(p'', n)} \right]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

А также необходимо учесть изменение начальных и конечных состояний:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2V)^{\frac{5}{2}} \sqrt{p_1^0 p_2^0 p_3^0 p_4^0 p^0}} &\rightarrow \frac{1}{(2V)^{\frac{5}{2}} \sqrt{p'^0 p''^0 \tilde{p}'^0 \tilde{p}''^0 p^0}}; \\ \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - p) &\rightarrow \delta(p' + p'' - \tilde{p}' - \tilde{p}'' - p). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Частично зафиксируем калибровку:

$$n = p' + a p'', \quad (2.9)$$

где  $a$  — некоторый параметр.

Тогда, свернув полученную амплитуду вероятности перехода по всем индексам, получим:

$$\begin{aligned} S_{fi} &= i \frac{3\pi^2 g_{(s)}^4}{4v(2V)^{\frac{5}{2}} \sqrt{p'^0 p''^0 \tilde{p}'^0 \tilde{p}''^0 p^0}} \cdot \int_0^1 f(x_1) f(y_1) \cdot \\ &\cdot \left\{ \left[ \frac{y_2(ax_1 - 2ax_2 - y_1)}{y_1(ax_1 + y_1)} - \frac{y_2(2ax_1 - ax_2 - y_1)}{y_1(ax_2 - y_1)} - 2\frac{y_2}{y_1} \right] G_1^{(1)} + \right. \\ &+ \left. \left[ \frac{x_2(-ax_1 + y_1 - 2y_2)}{x_1(ax_1 + y_1)} - \frac{x_2(ax_1 - 2y_1 + y_2)}{x_1(ax_1 - y_2)} - 2\frac{x_2}{x_1} \right] G_1^{(2)} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ -\frac{y_1(2ax_1 - ax_2 + y_2)}{y_2(ax_2 + y_2)} + \frac{y_1(ax_1 - 2ax_2 + y_2)}{y_2(ax_1 - y_2)} - 2\frac{y_1}{y_2} \right] G_1^{(3)} + \\
& + \left[ \frac{x_1(-ax_2 - 2y_1 + y_2)}{x_2(ax_2 + y_2)} - \frac{x_1(ax_2 + y_1 - 2y_2)}{x_2(ax_2 - y_1)} - 2\frac{x_1}{x_2} \right] G_1^{(4)} - \\
& - 2G_1^{(5)} - \frac{2(x_2y_1 - x_1y_2)^2}{(x_2y_1 + x_1y_2)^2} G_2^{(5)} - 2G_1^{(6)} - \frac{2(x_1y_1 - x_2y_2)^2}{(x_1y_1 + x_2y_2)^2} G_2^{(6)} \Big\} dx_1 dy_1.
\end{aligned}$$

$$\cdot \delta(p' + p'' - \tilde{p}' - \tilde{p}'' - p), \quad (2.10)$$

где  $f(x_1), f(y_1)$  — партонные функции распределения глюонов в адронах (зависят от  $x_1$  и  $y_1$ , так как  $x_2$  и  $y_2$  выражаются через них);  $G_i^{(k)}$  — коэффициенты, приходящие из кваркового треугольника (2.3) и содержащие разложения,  $i = 1$  соответствует разложению (2.4),  $i = 2$  соответствует разложению (2.5), верхний индекс обозначает группу диаграм, которой соответствует данное разложение.

### 2.3 Приближение безмассового бозона Хиггса

Рассмотрим приближение  $x_1 = x_2 = x, y_1 = y_2 = y$ . Ему соответствует равенство нулю массы бозона Хиггса. Это довольно грубое приближение, но оно возможно в силу того, что эта масса входит в амплитуду вероятности перехода только деленной на удвоенную массу кварка и возведенной в квадрат. В качестве же кварка необходимо рассматривать  $t$ -кварк, т.к. он в силу своей массивности лучше взаимодействует с бозоном Хиггса. И такое отношение достаточно мало, чтобы в определенном приближении им можно было пренебречь. Кроме того, будем считать доли импульсов  $x$  и  $y$  достаточно малыми. Тогда, удерживая в разложении кваркового треугольника слагаемые не выше первого порядка малости, получим:



$$S_{fi} = -i \frac{10\pi^2 g_{(s)}^4}{(2V)^{\frac{5}{2}} v \sqrt{p'^0 p''^0 \tilde{p}'^0 \tilde{p}''^0 p^0}} \cdot \int_0^1 f(x) f(y) dx dy \cdot \delta(p' + p'' - \tilde{p}' - \tilde{p}'' - p). \quad (2.11)$$

Как мы видим, в этом приближении калибровочный параметр исчез. То, что он не исчезает в (2.10) не принципиально, т.к. амплитуда вероятности не является измеряемой величиной. Важно, чтобы его не было в наблюдаемых.

Кроме того, как мы видим в выражении (2.11), полюсы, приходящие из глюонных пропагаторов, в данном приближении сокращаются.

# Заключение

Таким образом, в настоящей работе было рассмотрено применение метода коллинеарной факторизации для различных эксклюзивных процессов адрон-адронного соударения.

Была получена амплитуда вероятности перехода для случая взаимодействия посредством кварков с образованием лептонной пары в конечном состоянии. На примере этого процесса метод коллинеарной факторизации был рассмотрен наиболее детально.

Кроме того, было получено оценочное приближенное выражение для амплитуды вероятности перехода для случая взаимодействия посредством глюонов с образованием бозона Хиггса, и было обнаружено сокращение полюсов в данном приближении.

В дальнейшем, в этих направлениях планируется рассмотреть процессы протон-мезонного взаимодействия, например, процесс, обратный тому, что изображен на рис. 1. и установить связь между дифференциальными сечениями для этих процессов.

Также планируется изучить рассмотренный процесс образования бозона Хиггса более детально и с меньшими приближениями, найти явный вид глюонных распределений, вычислить интеграл, возникающий в амплитуде и получить выражение для сечения.

# Литература

- [1] R. S. Pasechnik, O. V. Teryaev, A. Szczurek. *Scalar Higgs boson production in a fusion of two off-shell gluons*, Eur.Phys.J.C47:429-435,2006
- [2] A. B. Kaidalov, V. A. Khoze, A. D. Martin, M. G. Ryskin. *Central exclusive diffractive production as a spin-parity analyser: from hadrons to Higgs*, Eur.Phys.J. C31: 387-396,2003
- [3] John C. Collins, L. Frankfurt, M. Strikman. *Proof of factorisation for exclusive deep-inelastic processes*, arXiv-hep-ph/9709336v1, 1997
- [4] John C. Collins, Davison E. Soper, George Sterman. *Factorisation of hard processes in QCD*, arXiv-hep-ph/0409313v1, 2004
- [5] K. Goeke, M. V. Polyakov, M. Vanderhaeghen. *Hard exclusive reactions and the structure of hadrons*, arXiv-hep-ph/0106012v2, 2001
- [6] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. *Квантовая электродинамика*, Москва, “Наука”, 1989
- [7] А. В. Ефремов, А. В. Радюшкин. *Партоньы, жесткие процессы и квантовая хромодинамика*, Дубна, 1979